

2018~2019学年天津南开区天津市南开中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题(本大题共10题,每小题4分,共计40分)

1. 直线 $\sqrt{3}x + y - 2 = 0$ 的倾斜角为().

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

2. 过点 $(-1, 3)$ 且平行于直线 $2x - y + 3 = 0$ 的直线方程为().

- A. $2x - y + 5 = 0$ B. $x + 2y - 5 = 0$ C. $x - 2y + 7 = 0$ D. $2x + y + 1 = 0$

3. 对于不同的直线 m, n, l 与不同的平面 α, β ,则下列条件中,一定可判断平面 α 和平面 β 垂直的是().

- A. $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$ B. $m, n \subset \alpha, l \subset \beta, m \perp l, n \perp l$
C. $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n$ D. $m \subset \alpha, \alpha \cap \beta = n, m \perp n$

4. 直线 $x - 2y - 1 = 0$ 与直线 $x - 2y - c = 0$ 的距离为 $2\sqrt{5}$,则 c 的值为().

- A. 9 B. -11 C. 9或-11 D. 11或-9

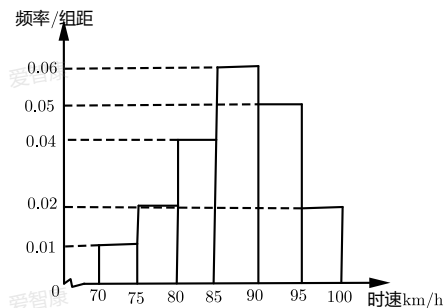
5. 已知三棱锥 $A - BCD$ 中, $AD \perp BC, AD \perp CD$,则有().

- A. 平面 $ABC \perp$ 平面 ADC B. 平面 $ADC \perp$ 平面 BCD
C. 平面 $ABC \perp$ 平面 BDC D. 平面 $ABC \perp$ 平面 ADB

6. 方程 $(a - 1)x - y + 2a + 1 = 0 (a \in \mathbf{R})$ 所表示的直线().

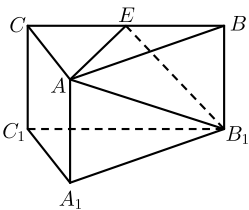
- A. 恒过定点 $(2, 3)$ B. 恒过定点 $(-2, 3)$
C. 恒过点 $(-2, 3)$ 和点 $(2, 3)$ D. 都是平行直线

7. 港珠澳大桥于2018年10月24日正式通车,它是中国境内一座连接香港、珠海和澳门的桥隧工程,桥隧全长55千米.桥面为双向六车道高速公路,大桥通行限速100km/h,现对大桥某路段上1000辆汽车的行驶速度进行抽样调查.画出频率分布直方图(如图),根据直方图估计在此路段上汽车行驶速度在区间 $[85, 90)$ 的车辆数和行驶速度超过90km/h的频率分别为().



- A. 300, 0.25 B. 300, 0.35 C. 60, 0.25 D. 60, 0.35

8. 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$,底面三角形 $A_1B_1C_1$ 是正三角形, E 是 BC 中点,则下列叙述正确的是().



- A. CC_1 与 B_1E 是异面直线

B. $AC \perp$ 平面 ABB_1A_1
- C. AE, B_1C_1 为异面直线, 且 $AE \perp B_1C_1$

D. $A_1C_1 \parallel$ 平面 AB_1E

9. 如果直线 $ax + by = 7(a > 0, b > 0)$ 和函数 $f(x) = 1 + \log_m x(m > 0, m \neq 1)$ 的图像恒过同一个定点, 且该定点始终落在圆

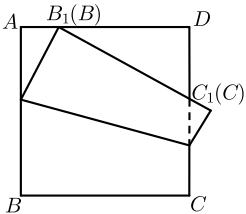
$(x + b - 1)^2 + (y + a - 1)^2 = 25$ 的内部或圆上, 那么 $\frac{b}{a}$ 的取值范围是().

- A. $\left(0, \frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$

B. $\left(0, \frac{3}{4}\right]$
- C. $\left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$

D. $\left[\frac{3}{4}, \frac{4}{3}\right]$

10. 如图, 将一张边长为1的正方形纸 $ABCD$ 折叠, 使得点 B 始终落在边 AD 上, 则折起部分面积的最小值为().



- A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{8}$
- C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{2}$

二、填空题（本大题共6题，每小题4分，共计24分）

11. 为了调研甲、乙、丙三个地区公务员的平均工资, 研究人员拟采用分层抽样的方法在这三个地区中抽取 m 名公务员进行调研. 已知甲、乙、丙三个地区的公务员人数情况如下表所示, 且甲地区的公务员被抽取了15人, 则丙地区的公务员被抽取了 _____ 人.

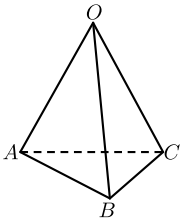
地区	甲	乙	丙
公务员人数	600	800	400

12. 已知直线 $l_1: ax + 4y - 2 = 0$ 与直线 $l_2: 2x - 5y + b = 0$ 互相垂直, 垂足为 $(1, c)$, 则 $a + b + c$ 的值为 _____ .

13. 已知线段 BC 是圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的动弦, 且 $|BC| = 8$, 则线段 BC 中点 M 的轨迹方程是 _____ .

14. 设直线 $ax - y + 3 = 0$ 与圆 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$, 则 $a =$ _____ .

15. 如图, 在四面体 $O - ABC$ 中, $OA = OB = OC = 1$, $\cos \angle BOC = \frac{5}{8}$, $\angle AOB = \angle AOC = \frac{\pi}{3}$, 则二面角 $B - OA - C$ 的大小是 _____ .



16. 已知点 $P(3, 1)$ 是圆 $C: x^2 + y^2 - 14x - 8y + 40 = 0$ 直径的一个端点, 另一端点为点 Q , 若在 y 轴上存在一点 $M(0, m)$, 使得 $\triangle PMQ$ 为直角三角

形，则 m 的值为 _____ ．

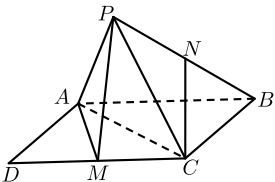
三、解答题（本大题共3题，共计36分）

17. 在 $\triangle ABC$ 中， BC 边上的高所在的直线方程为 $x - 2y + 1 = 0$ ， $\angle A$ 的平分线所在直线方程为 $y = 0$ ，若点 B 的坐标为 $(1, 2)$ ．

(1) 求点 A 的坐标．

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积．

18. 如图，平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 是边长为4的正方形， $\angle APB = 90^\circ$ ， M, N 分别是 CD, PB 的中点．

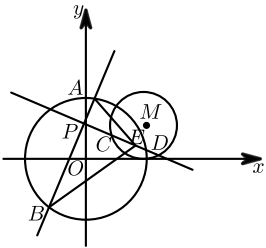


(1) 求证： $NC \parallel$ 平面 PAM ．

(2) 求证： $AP \perp BC$ ．

(3) 当 $AP = 2$ 时，求 PC 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值．

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $P(0, 1)$ 且互相垂直的两条直线分别与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 交于点 A, B ，与圆 $M: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 交于点 C, D ．



(1) 若 $AB = \frac{3\sqrt{7}}{2}$ ，求 CD 的长．

(2) 若直线 AB 斜率为2，求 $\triangle ABM$ 的面积．

(3) 若 CD 的中点为 E ，求 $\triangle ABE$ 面积的取值范围．